

# Matemáticas

Aitor Nicolás Muñoz

---

Recursos didácticos para la  
resolución de problemas aditivos

TFG/*GBL* 2014



Facultad de Ciencias Humanas y Sociales  
Giza eta Gizarte Zientzien Fakultatea

Grado en Maestro de Educación Infantil  
*/ Haur Hezkuntzako Irakasleen Gradua*



**Grado en Maestro en Educación Infantil**  
**Haur Hezkuntzako Irakasleen Gradua**

Trabajo Fin de Grado  
Gradu Bukaerako Lana

***Recursos didácticos para la  
resolución de problemas aditivos***

Aitor Nicolás Muñoz

FACULTAD DE CIENCIAS HUMANAS Y SOCIALES  
GIZA ETA GIZARTE ZIENTZIEN FAKULTATEA

**UNIVERSIDAD PÚBLICA DE NAVARRA**  
**NAFARROAKO UNIBERTSITATE PUBLIKOA**

**Estudiante / Ikaslea**

Aitor Nicolás Muñoz

**Título / Izenburua**

Recursos didácticos para la resolución de problemas aditivos

**Grado / Gradu**

Grado en Maestro en Educación Infantil / Haur Hezkuntzako Irakasleen Gradua

**Centro / Ikastegia**

Facultad de Ciencias Humanas y Sociales / Giza eta Gizarte Zientzien Fakultatea  
Universidad Pública de Navarra / Nafarroako Unibertsitate Publikoa

**Director-a / Zuzendaria**

Miguel Rodríguez Wilhelmi

**Departamento / Saila**

Departamento de matemáticas.

**Curso académico / Ikasturte akademikoa**

2013/2014

**Semestre / Seihilekoa**

Primavera / Udaberrik

## Preámbulo

El Real Decreto 1393/2007, de 29 de octubre, modificado por el Real Decreto 861/2010, establece en el Capítulo III, dedicado a las enseñanzas oficiales de Grado, que “estas enseñanzas concluirán con la elaboración y defensa de un Trabajo Fin de Grado [...] El Trabajo Fin de Grado tendrá entre 6 y 30 créditos, deberá realizarse en la fase final del plan de estudios y estar orientado a la evaluación de competencias asociadas al título”.

El Grado en Maestro en Educación Infantil por la Universidad Pública de Navarra tiene una extensión de 12 ECTS, según la memoria del título verificada por la ANECA. El título está regido por la *Orden ECI/3854/2007, de 27 de diciembre, por la que se establecen los requisitos para la verificación de los títulos universitarios oficiales que habiliten para el ejercicio de la profesión de Maestro en Educación Infantil*; con la aplicación, con carácter subsidiario, del reglamento de Trabajos Fin de Grado, aprobado por el Consejo de Gobierno de la Universidad el 12 de marzo de 2013.

Todos los planes de estudios de Maestro en Educación Infantil se estructuran, según la Orden ECI/3854/2007, en tres grandes módulos: uno, *de formación básica*, donde se desarrollan los contenidos socio-psico-pedagógicos; otro, *didáctico y disciplinar*, que recoge los contenidos de las disciplinas y su didáctica; y, por último, *Practicum*, donde se describen las competencias que tendrán que adquirir los estudiantes del Grado en las prácticas escolares. En este último módulo, se enmarca el Trabajo Fin de Grado, que debe reflejar la formación adquirida a lo largo de todas las enseñanzas. Finalmente, dado que la Orden ECI/3854/2007 no concreta la distribución de los 240 ECTS necesarios para la obtención del Grado, las universidades tienen la facultad de determinar un número de créditos, estableciendo, en general, asignaturas de carácter optativo.

Así, en cumplimiento de la Orden ECI/3854/2007, es requisito necesario que en el Trabajo Fin de Grado el estudiante demuestre competencias relativas a los módulos de formación básica, didáctico-disciplinar y practicum, exigidas para todos los títulos universitarios oficiales que habiliten para el ejercicio de la profesión de Maestro en Educación Infantil.

En este trabajo, el módulo *de formación básica* se ve reflejado a lo largo del marco teórico de este trabajo. En este marco teórico se pueden leer diferentes teorías pedagógicas y psicológicas como son las teorías constructivistas, el método de globalización o diferentes teorías didácticas acerca de cómo trabajar las matemáticas en el aula. También en este apartado podemos observar diferentes aspectos matemáticos importantes para comprender la puesta en práctica de los materiales.

El módulo *didáctico y disciplinar* de este trabajo de fin de grado, se puede ver reflejado en el marco teórico, así como en el desarrollo de la puesta en práctica. Se ha seguido una metodología centrada especialmente en el aprendizaje significativo, ya que estos materiales buscan que los alumnos puedan darse forma su propio conocimiento, ya que ellos mismos pueden comprobar si están bien los resultados o no. Además al manipular ellos mismos el material, pueden poner su propia dificultad lo que hace que el aprendizaje sea más propio de los alumnos, lo que hace que les resulte más motivador, autónomo y significativo.

Asimismo, el módulo *practicum* se concreta en el apartado del desarrollo. Aunque en realidad todo el estudio está orientado al practicum, ya que los materiales han sido elaborados para mejorar una necesidad didáctica en un aula de cinco años. Por lo que se ha pretendido realizar el material orientándolo a los alumnos de esa clase, y a sus necesidades específicas.

## **Resumen**

Este trabajo gira en torno a la elaboración de unos materiales didácticos que sean capaces de introducir en el niño nuevas estrategias novedosas a la hora de resolver problemas aditivos. Para lograrlo se han creado tres materiales que se han puesto en práctica en un aula de cinco años. Se ha hecho un estudio exhaustivo de los resultados que han presentado los alumnos a la hora de utilizar dichos materiales para resolver problemas aditivos. A la vez se ha buscado con estos materiales que los alumnos sean capaces de interactuar con recursos novedosos para ellos, así como que los escolares sean capaces de trabajar de una manera autónoma las matemáticas y más concretamente con los materiales elaborados para este proyecto. Para la elaboración de estos materiales y de sus correspondientes situaciones didácticas, se han seguido diferentes teorías cognitivas, didácticas y pedagógicas que se explican en el marco teórico.

Palabras clave: Adición, conteo, número, teorías constructivistas, situación didáctica.

## **Abstract**

The aim of this thesis is the elaboration of teaching materials that help children, who have problems to resolve sums, in an innovative way.

To achieve this objective, three types of materials have been prepared and later they have been put into practice for five year old children. An exhaustive study about the results that those students achieved by using these new techniques have been elaborated.

At the same time, students were given the chance to learn in a different manner and with material that enables them to work autonomously.

For the elaboration of this material and its way of teaching have been applied a number of cognitive, didactic and pedagogical theories which are explained in the theoretical basis.

*Keywords:* Addition, counting, numbers, constructivist theories, didactic situation.





## Índice

<b>Introducción</b>	<b>1</b>
<b>1. Objetivos, hipótesis y cuestiones</b>	<b>4</b>
1.1. Objetivos	4
1.2. Hipótesis	5
1.3. Cuestiones	5
<b>2. Marco teórico y metodológico</b>	<b>6</b>
2.1. Teorías cognitivas	6
2.2. Teorías pedagógicas	10
2.3. Teorías didácticas	12
2.4. Conocimientos matemáticos	15
2.5. Marco curricular	18
<b>3. Desarrollo</b>	<b>21</b>
3.1. Contexto	21
3.2. Primera situación: bingo	23
3.2.1. Presentación	23
3.2.2. Desarrollo	26
3.2.3. Análisis didáctico	27
3.2.4. Cuestión crucial	28
3.2.5. Resultados	28
3.2.6. Discusión de los resultados	32
3.3. Segunda situación: La caja de canicas	33
3.3.1. Presentación	33
3.3.2. Desarrollo	37
3.3.3. Análisis didáctico	40
3.3.4. Cuestión crucial	41
3.3.5. Resultados	42
3.3.6. Discusión de los resultados	43
3.4. Tercera situación: La línea numérica	44
3.4.1. Descripción	44
3.4.2. Objetivos	45
3.4.3. Utilización didáctica	45
3.4.4. Resultados	46
3.4.5. Discusión de los resultados	47
<b>Síntesis, conclusiones y cuestiones abiertas</b>	<b>49</b>
<b>Referencias</b>	



## INTRODUCCIÓN

El tema en el que se basa este trabajo de fin de grado es el “análisis, elaboración o adaptación de materiales para la enseñanza de las matemáticas en Educación Infantil o primer ciclo de Primaria.” Este trabajo se centra únicamente en el segundo ciclo de Educación Infantil, más concretamente en un aula de cinco años. Para la elaboración de este proyecto, se han creado tres materiales didácticos para la enseñanza de la adicción en esta aula. Estos materiales han surgido de la necesidad de unos materiales novedosos que ayudaran a los alumnos a entender la adicción. Además, con estos materiales se ha buscado ofrecer a los escolares nuevos recursos o herramientas que les sirvan para la resolución de problemas aditivos. Por ello se puede decir, que la necesidad de este trabajo es meramente didáctica, ya que con él se busca mejorar el proceso de adquisición de conocimiento de los alumnos con los que se va a realizar el estudio.

En esta aula, los materiales para trabajar la adicción con los que se contaba, eran en su mayoría puzles o fichas. Los puzles se podían resolver sin necesidad de realizar la suma, ya que cada número tenían una forma diferente. Y las fichas contenían problemas aditivos muy sencillos, que la mayoría de alumnos resolvían mediante el conteo de sus dedos. Por tanto, estos tres materiales se han creado con el fin de que los alumnos desarrollaran nuevas estrategias que les permitan resolver problemas de forma más sofisticada. Estos tres materiales han sido trabajados mediante situaciones didácticas de las matemáticas.

“Los avances en la solución de las tareas aditivas se caracterizan, en general, por la presencia de procedimientos más sofisticados, por la consecución de conocimientos conceptuales más elaborados y por una mayor flexibilidad en la elección de las estrategias que conducen a la solución del problema.” (Bermejo, 1990, 137)

Para comprender mejor este trabajo, debemos entender mejor la importancia del desarrollo cognitivo en esta etapa educativa. Para ello nos debemos centrar en las teorías de Piaget sobre el desarrollo cognitivo, la génesis de las estructuras lógicas y numéricas en el niño, y la importancia del medio social en la educación.

“El desarrollo del ser humano está en función de dos grupos de factores: los factores hereditarios y de adaptación biológicos, de los cuales depende la evolución del sistema nervioso y de los mecanismos psíquicos elementales; y los factores de transmisión o de interacción sociales, que intervienen desde la cuna y juegan un papel cada vez más importante, en el curso del crecimiento y en la constitución de las conductas y de la vida mental. Hablar de un derecho a la educación es ante todo constatar el papel indispensable de los factores sociales en la formación del individuo.” (Piaget, 1974, 11)

Piaget estructuró el desarrollo cognitivo del niño en cuatro etapas. La primera etapa de los 0 a los 2 años se la denominó etapa sensoriomotora, le sigue la etapa preoperacional que tiene lugar entre los 2 y 7 años del niño. Tras esta etapa el niño avanza a la etapa conocida como etapa de las operaciones concretas que se da entre los 7 y los 12 años. Y por último, llegamos a la etapa de las operaciones formales que comienza a los 12 años y es definitiva. Las investigaciones de este trabajo se sitúan en niños de 5 años, es decir; niños dentro de la etapa preoperacional.

En este trabajo se ha tenido en cuenta la teoría Lev Vigotsky acerca de la zona de desarrollo próximo y su forma de entender la importancia de la socialización. Esta teoría, como se explicara en el marco teórico de forma más detallada, se resume en que para que el alumno pueda desarrollar su inteligencia cognitiva se debe trabajar en su nivel potencial de desarrollo y no en el nivel real de desarrollo. Es decir; se deben transmitir aquellos conocimientos que el niño por sí solo no puede adquirir y que con la ayuda de un adulto es capaz de asimilar. Para Vigotsky es muy importante el contexto social, ya que el autor no concibe al individuo como un ente aislado, sino que por el contrario el aprendizaje se desarrolla gracias al entorno que le rodea.

“Todo tipo de aprendizaje que el niño encuentra en la escuela tiene siempre una historia previa. Por ejemplo, los niños empiezan a estudiar aritmética en la escuela, pero mucho tiempo antes han tenido ya alguna experiencia con cantidades; han tenido ocasión de tratar con operaciones de división, suma, resta, y determinación de tamaños. Por consiguiente, los niños poseen su propia aritmética preescolar, que solo los psicólogos miopes podrían ignorar.” (Vygotski, 1989, 130)

El estudio de este trabajo, centra en las teorías de Piaget y Vygotski, gran parte de su interés, por lo que en el marco teórico se hará mayor hincapié en las obras de estos dos autores, así como las diferencias del pensamiento entre estos dos pedagogos.

También en este marco teórico se observan diferentes teorías didácticas, pedagógicas, así como conocimientos matemáticos que se han puesto en práctica a la hora de llevar a cabo el estudio de las diferentes situaciones didácticas con los niños.

## **1. OBJETIVOS, HIPOTESIS Y CUESTIONES**

### **1.1. Objetivos**

A continuación, se especifican los principales objetivos de este trabajo.

- Preparar materiales didácticos que ayuden a los alumnos a adquirir nuevas estrategias para la resolución de problemas aditivos.
- Realizar materiales novedosos que sean motivadores para los alumnos a la hora de emplearlos en las situaciones didácticas.
- Observar y valorar los conocimientos matemáticos de los alumnos.
- Observar los comportamientos matemáticos que desarrollan los alumnos a partir de los recursos didácticos propuestos.
- Proponer situaciones en las que los alumnos tengan que desarrollar su autonomía personal.

Bajo esta línea se indican los principales objetivos que se intentan conseguir mediante las situaciones de los tres materiales didácticos:

- Aprender nuevas estrategias para la resolución de problemas aditivos.
- Trabajar la adición de forma cognitiva y sin recurrir al conteo, hasta valores inferiores a 15.
- Trabajar de forma autónoma las matemáticas, y más concretamente los problemas aditivos.
- Reconocer una cifra a partir del nombre de ese número y viceversa hasta el número 40.
- Reconocer el valor y la posición de los números y las cifras.
- Trabajar con materiales matemáticos novedosos para los alumnos.

## **1.2. Hipótesis**

Las hipótesis de este trabajo, están relacionadas con los objetivos de las situaciones de los mismos, ya que son respuestas a como se cree que los alumnos reaccionan ante las situaciones planteadas en este trabajo.

- Los alumnos son capaces de aprender nuevas estrategias a la hora de resolver problemas aditivos y usar dichas estrategias cuando les sean necesarias.
- Los escolares saben hacer sumas hasta 15 de manera mental sin problemas.
- Los alumnos pueden utilizar los materiales de forma autónoma al final de las sesiones. Son capaces de recurrir a estos recursos sin que la profesora se lo indique, cuando tienen necesidad, a la hora de llevar a cabo una operación aditiva. La profesora debe llevar un seguimiento a la hora de utilizar dichas herramientas.
- Los niños saben reconocer números hasta el 40 sin problemas.
- Tras trabajar con el material a lo largo de varias sesiones, podemos observar una evolución en cuanto a la mejora de la capacidad cognitiva para realizar problemas aditivos.

## **1.3. Cuestiones**

- Los materiales didácticos creados, ¿ayudan a alcanzar los objetivos propuestos en este trabajo?
- ¿Cuál es la mejor metodología para mostrar a los alumnos los materiales, explicarles cómo funcionan y seguir su evolución?
- ¿Los alumnos son capaces de trabajar de forma autónoma, sin la ayuda del profesor, con el material creado expresamente para la resolución de problemas aditivos?

## **2. MARCO TEÓRICO Y METODOLÓGICO**

A lo largo de este marco teórico se manifiestan las diferentes teorías, metodologías o documentos oficiales en los que se basa este proyecto. Para ello se explican únicamente aquellos aspectos relacionados con el trabajo, sin detallar teorías ni metodologías que no se han tenido en cuenta a la hora de la elaboración del mismo.

Estas teorías se dividen a lo largo de las siguientes páginas según son de tipo cognitivo, pedagógico, didáctico y matemático.

### **2.1 Teorías cognitivas**

En este apartado, se hace hincapié sobre todo, en aquellas teorías que explican el pensamiento cognitivo del niño, en esta etapa educativa. Se centra en las teorías de Piaget (1975) y Vigotsky (1985). Estos autores enfocan sus obras en la psicología del desarrollo, y es en este punto del trabajo, donde se explican aquellas partes de sus teorías que hemos desarrollado a lo largo de este proyecto.

La primera teoría que se ha propuesto es la teoría de Piaget, sobre la psicogénesis del niño. El trabajo de este autor se centra en la explicación del desarrollo del niño desde que nace, hasta que pasa a ser un adulto. Sus trabajos y teorías se centran especialmente en los campos de la lógica y de la matemática, siendo reconocida la importancia de sus investigaciones en el Centro de Epistemología de Ginebra.

Piaget defendió la teoría genética, la cual explica cómo cada uno de los estadios tiene una estructura común, que es la que los diferencia del resto de estadios. Esta universalidad de los estadios, hace que este trabajo parta de una previsión en la que todos los alumnos tengan más o menos la misma maduración cognitiva. Por ello en un principio no se han adaptado los materiales para ningún alumno, ya que se da por hecho que todos han alcanzado el mismo desarrollo cognitivo. Aunque cada niño tenga sus propias peculiaridades no se puede centrar este trabajo en cada una de ellas.

La teoría genética de Piaget, toma como punto de partida para el aprendizaje, la adaptación del ser humano al medio. Esto quiere decir que el niño aprende



solucionando las dificultades que le ocasiona el entorno, siendo las respuestas para solventar los problemas la forma de poder observar el aprendizaje del niño. Por ello, en las situaciones que se han creado para este trabajo, el docente debe crear un medio que permita a los alumnos adaptarse al mismo para poder adquirir nuevo conocimiento y desarrollar su aprendizaje.

Según esta teoría genética el aprendizaje se lleva a cabo según dos procesos diferentes.

“- Asimilación: es el que tiene lugar cuando la acción del sujeto y sus efectos no se oponen a sus conocimientos anteriores y los resultados se integran o se ignoran (si no aportan nuevos conocimientos).

- Acomodación: se da en el caso de que la acción y sus efectos provoquen contradicciones tales que, desde el punto de vista de quien aprende, el conocimiento pasa de un estado de equilibrio a otro, mediante la puesta en cuestión de los conocimientos anteriores. Remontar este momento de desequilibrio supone una reorganización de los conocimientos anteriores, en la que las nuevas adquisiciones se integran con las adquisiciones anteriores”  
(Lacasta, Wilhelmi, 2013, 16-17)

Piaget refleja en sus trabajos como la genética es la causa principal del desarrollo intelectual del niño. Ya que, aunque no exista educación, el niño logrará alcanzar su mayor nivel cognitivo. Por ello, el contexto social para Piaget carece de importancia ya que lo que realmente importa son las posibilidades genéticas que tenga el niño desde su nacimiento. Este trabajo no sigue estas directrices, ya que se cree que sin educación el niño, no crea conocimiento debido a que necesita del contexto social para desarrollar y adquirir conocimiento.

La teoría piagetiana como ya se ha mencionado con anterioridad, explica el proceso evolutivo dividiéndolo por etapas. Estas etapas o estadios empezarían con el nacimiento del niño, en la etapa denominada sensoriomotora que se daría hasta los dos años. A partir de esta edad empieza el estadio preoperatorio que concluye hacia los seis, siete años. A continuación, desde los seis años hasta los diez, once situamos el periodo de las operaciones concretas. Y por último, encontramos el estadio de las

operaciones formales, que comienza a los once años y no tiene finalización, ya que, continúa durante la edad adulta.

Este trabajo se enmarca en el estadio preoperatorio que se da entre los dos y los siete años de edad. Hay que recordar que los materiales de este trabajo están orientados a un aula de cinco años. Esta etapa, se caracteriza por un cambio a la hora de las funciones del niño, de simples interacciones sensoriomotores a una búsqueda de manipulación de la realidad mediante el pensamiento simbólico e interior. (Flavell, 1987, 168).

Otra característica fundamental de este periodo es la adquisición del lenguaje, fundamental en el desarrollo del niño. Otro factor relevante es la utilización del simbolismo a la hora de representar el mundo, pero la incapacidad de realizar operaciones mentales reversibles. Pero, es el primer paso que debe dar el niño para poder llegar a realizar operaciones mentales.

Tras comentar los principales puntos de la teoría genética y constructivista de Piaget, se da paso a las teorías también constructivista de Vigotski. Se pueden observar las principales similitudes y diferencias entre estos autores a la hora de profundizar sobre la evolución cognitiva y sobre el aprendizaje.

La teoría de Vigotski se centra en dos pilares fundamentales, el primero de ellos es la importancia de la socialización para el desarrollo evolutivo del niño, el segundo es la transmisión del conocimiento mediante la teoría de la zona de desarrollo próximo o potencial.

Vigotski sostiene la gran importancia que tiene la socialización para el desarrollo cognitivo del niño. Según la teoría vigotskiana sin la relación del niño con la sociedad y su cultura, es imposible que el niño pueda desarrollarse de una forma óptima, en cuanto a que sus habilidades y destrezas cognitivas están supeditadas a la enseñanza que se le pueda transmitir la sociedad. Para el autor es especialmente importante el carácter “no natural” de algunos instrumentos que se utilizan en el día a día como pueden ser el lenguaje o los signos complejos. Estos aprendizajes han pasado de generación en generación y son transmitidos por personas que ya dominan estos conocimientos.

Se puede observar la gran diferencia, que existe entre el pensamiento de Vigotski y Piaget, ya que mientras Piaget apuesta por la construcción de conocimiento a partir de la solución de dificultades que le ocasiona el medio, sin darle mayor importancia al contexto social. En cambio como se ha visto, Vigotski cree que el conocimiento no es construido por el niño únicamente, sino que es el medio sociocultural el que le ayuda a construir dicho conocimiento.

Este trabajo centra sus intereses en la teoría de Vigotski acerca de la importancia sociocultural a la hora de transmitir el conocimiento. En las situaciones creadas para este proyecto se tienen en cuenta las relaciones entre el docente y los alumnos, como una relación en la que se transfiere conocimiento. A su vez es de gran importancia el contexto social de los propios alumnos con sus compañeros, ya que pueden transmitirse conocimientos entre aquellos alumnos que ya poseen un saber y aquellos que lo desconocen.

Vigotski apuesta como medio de aprendizaje seguir la teoría de la ZDP, es decir zona de desarrollo próximo. Esta teoría grosso modo consiste en la adquisición de conocimientos, por parte del niño, que están situados en un nivel de desarrollo, que el alumno aun no ha alcanzado, pero está próximo a alcanzar. Son conocimientos que por sí mismo no puede lograr alcanzar, pero con la ayuda del profesor, y de la imitación son capaces de adquirirlos. Por tanto, se puede definir la zona de desarrollo próximo como la zona del aprendizaje que está definida entre lo que los niños pueden aprender de forma autónoma, y aquellos conocimientos que pueden adquirir con la ayuda de alguien con más experiencia en el tema. Ya sea siguiendo las instrucciones de la persona con más conocimiento acerca de la materia, o mediante la imitación.

Como se puede apreciar, respecto a la forma de adquisición de conocimientos, también hay una gran diferencia entre las teorías de Piaget y Vigotski. Vigotski afirma que se debe trabajar con el niño en una zona de desarrollo superior a la que tiene adquirida el niño, mientras que Piaget apuesta por que los niños asimilen los conocimientos y luego los cuestionen, creando problemas. Pero siempre se debe tener en cuenta el nivel de desarrollo del niño actual, ya que se ve que este nivel de desarrollo es global para todos los niños.

Estas dos teorías constructivistas, aunque disciernen en algunos puntos tienen en común el principal argumento, como es la concepción estructural del desarrollo cognitivo en la infancia.

Los puntos especificados dentro de este marco teórico, son fundamentales para la elaboración de este trabajo. Es posible que algunos puntos se sigan más que otro en este trabajo pero son imprescindibles a la hora conocer el desarrollo cognitivo del niño en estas edades. Además, las discrepancias entre los dos autores dan una mayor riqueza a este trabajo.

## **2.2 Teorías pedagógicas**

En este punto se indican aquellas teorías pedagógicas en las que se ha basado este estudio, a la hora de llevar a cabo la puesta en práctica de las situaciones didácticas.

En este centro, al igual que en la mayoría de colegios, se trabaja en educación infantil de forma globalizada, es decir, no se trabaja por materias como en primaria o niveles superiores, sino que se entiende la educación como un conjunto indivisible. Esta metodología educativa tiene significado a la hora de observar la forma de adquirir conocimientos en la primera etapa educativa. Ya que los niños no saben discernir entre diferentes materias, por ejemplo un niño que aprende a contar, este conocimiento también repercute en el lenguaje a la hora de tener mayor conocimiento a la hora de contar situaciones y enumerar los hechos. Por ello es indispensable trabajar de forma globalizada con los alumnos de educación infantil.

A la hora de llevar a cabo las situaciones de este trabajo, se procede utilizando esta metodología, sin separar el conocimiento matemático de otro tipo de conocimientos.

El pedagogo y psicólogo Decroly (1923) también piensa que se debe seguir un proceso globalizador en la etapa educación infantil. En la siguiente afirmación el escritor J. M. Besse, pone en manifiesto el ideario de Decroly respecto a este tema.

“En su relación con el exterior, el niño aprende y acumula experiencias sin ningún orden, toma globalmente seres y cosas en las relaciones entre ellos y en relación con él mismo. Bajo los impulsos de sus intereses, percibe el mundo

como una totalidad viviente, son numerosos los aprendizajes efectuados “sin un análisis consciente, sin una disociación.” (Besse, 2005, 89)

Uno de los puntos destacables de las teorías de Decroly es siempre el respeto por el niño y la oposición de una disciplina rígida, este trabajo busca una participación activa del niño, pero nunca obligándole a que utilice estos materiales. Tanto la caja de canicas, como la línea numérica, son materiales didácticos que se ofrecen al niño. Ellos tienen la posibilidad de utilizarlo, pero son ellos los que deciden en última instancia si trabajan con ellos o prefieren no manipularlos.

Este estudio aparte de un enfoque globalizador, también ha querido plasmar la libertad e individualización del alumno en su aprendizaje. Aunque, los tres materiales creados para este trabajo son los mismos para todos los niños, se apuesta porque cada alumno los use a su ritmo, y sean capaces de trabajar según su potencial. Principalmente se individualiza al niño en el material de la caja, ya que cada niño se pone su propia dificultad, y sobre todo en la línea numérica, que es un recurso que cada alumno utiliza de forma individual, y según las necesidades que tenga en cada momento.

Una de las grandes impulsoras de esta forma de trabajar en la escuela fue Montessori (1912). Esta pedagoga cree en la importancia de que el niño trabaje de forma individual, ya que cada niño evoluciona a un paso diferente, además para esta autora es el primer paso para desarrollarse cognitivamente.

A pesar de que Montessori apuesta por trabajar sin lecciones colectivas, en las situaciones de este trabajo se puede apreciar cómo se trabaja en gran grupo. Pero como se acaba de mencionar, si que se apuesta por la individualización para poder atender las necesidades de cada niño.

Este trabajo se ha enmarcado dentro de las teorías del aprendizaje significativo de Ausubel (2002). La teoría del aprendizaje significativo se define como aquel aprendizaje nuevo que adquiere el estudiante, que lo incorpora y lo relaciona con aquellos conocimientos que ya poseía anteriormente. Por ello debe comprender bien el nuevo conocimiento, para poder relacionarlo con aquel conocimiento que ya tiene adquirido y domina. Por tanto, los nuevos saberes recientemente adquiridos modifican

los conocimientos ya poseídos anteriormente, esto conlleva que poco a poco se va creando un proceso cognitivo con conocimientos interrelacionados entre sí.

En este trabajo se ha puesto en práctica esta forma de trabajar, ya que se cree que los niños deben entender el significado de los saberes que se quieren transmitir y que los puedan interrelacionar con aquellos otros conocimientos que ya poseen. Por ejemplo, en este estudio los niños deben interrelacionar aquellos conocimientos matemáticos que ya poseen, con aquellos nuevos que empiezan a adquirir.

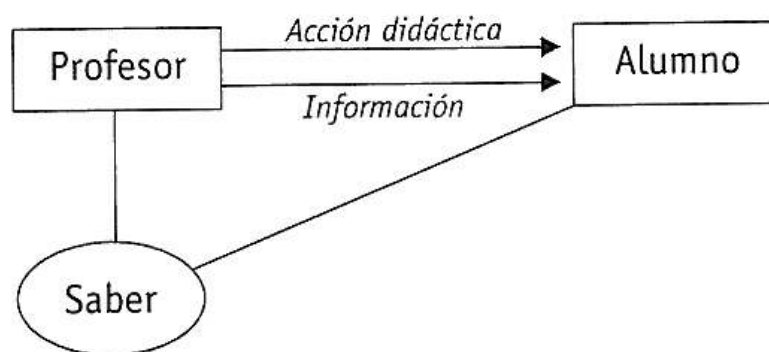
Por último, con los materiales creados para este trabajo se ha querido buscar que los niños trabajen de forma práctica, para que aprendan de sus errores y de sus aciertos. Ya que el niño debe desarrollar siempre en la práctica aquellas enseñanzas que se le aplican en la teoría, siendo de esta forma más significativo el aprendizaje.

### **2.3 Teorías didácticas**

En este sub-apartado se pueden observar reflejadas las principales teorías sobre cómo se debe trabajar con los niños las matemáticas.

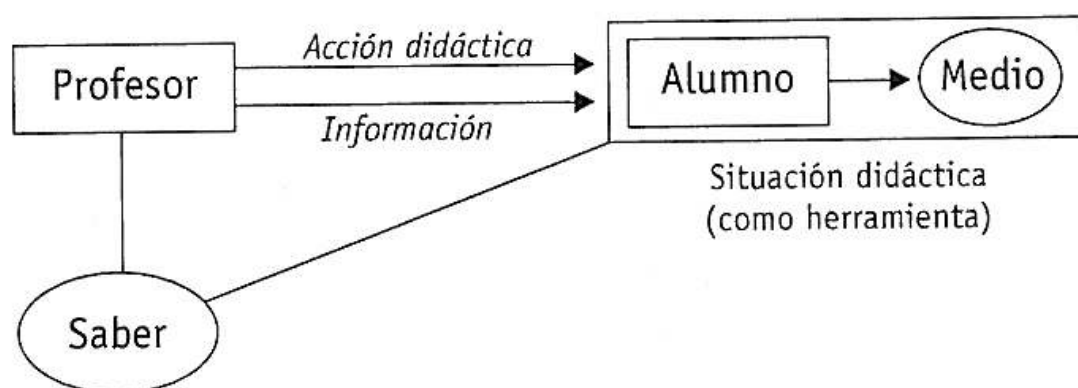
Primeramente se debe hablar de la teoría de las situaciones, tan importante para entender la estructura de la puesta en práctica de este estudio.

La teoría de las situaciones es creada por Brosseau (2007), esta teoría se fundamenta en crear situaciones didácticas artificiales que hagan que el alumno este en contacto con el saber. Brosseau le da toda la importancia del aprendizaje del conocimiento a tres elementos, el docente, el alumno y el saber. En contra de otras propuestas que indican que el saber lo posee el profesor y se lo transmite al docente, Brosseau afirma que el estudiante también está en contacto con el conocimiento. Se puede observar en la figura 1, la estructura de la que parte Brosseau para explicar cómo aprende el niño.



**Figura 1.** Esquema situaciones didácticas (Brosseau, 2007, 50)

Pero este esquema tiene el problema que minimiza el entorno del niño, al profesor y no tiene en cuenta el resto del medio didáctico. Por ello Brosseau, amplía su esquema sobre el aprendizaje de las matemáticas a partir de situaciones didácticas, introduciendo el medio como un factor importante. En la figura 2, se puede observar la diferencia de estructura.



**Figura 2.** Esquema situaciones didácticas con medio (Brosseau, 2007, 50)

En este esquema se puede observar como el saber está en contacto tanto con el profesor como con el alumno, mientras que el alumno está directamente en contacto con el medio. En este trabajo se va a llevar a cabo la puesta en práctica con situaciones didácticas para la enseñanza de los conocimientos matemáticos que se quieren transmitir.

Orton en su libro de 1990, nos explica cómo las grandes teorías pedagógicas explican cómo se debe proceder a la hora de trabajar las matemáticas con los niños.

Un ejemplo de estas teorías que este autor adapta exclusivamente para las matemáticas, es la teoría del aprendizaje significativo de Ausubel que ya se ha detallado en el apartado de las teorías pedagógicas.

“Cualquier teoría del aprendizaje de las matemáticas debe tener en cuenta la estructura de la materia que trata. No es posible estudiar los números enteros y los racionales antes de haber entendido, en todo su sentido, los naturales. Un aprendizaje significativo implica algo más que el conocimiento del sistema numérico que permite contar y el cálculo simple. Supone una comprensión de las limitaciones, por ejemplo el hecho de que dentro de la serie de números naturales no siempre son posibles sustracciones y divisiones. Cuando la estructura del conocimiento existente es lo bastante rica y variada y, mejor aún, cuando el niño formula preguntas que requieren una nueva aportación de conceptos, es el momento adecuado para proporcionar estas nuevas ideas. Si se intenta forzar a los niños a asimilar nuevos conceptos que no pueden relacionarse con el conocimiento que está ya dentro de la estructura cognitiva, solo será posible aprenderlos de un modo memorístico. (Orton, 1990, 182)

El anterior enunciado hace referencia a sustracciones y divisiones, conceptos que no se estudian en educación infantil, pero la idea principal es la misma en educación infantil, ya que por ejemplo no se puede enseñar a los alumnos a realizar problemas aditivos si anteriormente no se les ha enseñado a realizar conteos. En este trabajo se ha seguido esta metodología, ya que se cree que es muy importante que los alumnos siempre comprendan e interioricen aquellos conocimientos que están adquiriendo.

Orton en su trabajo hace mención a otras teorías pedagógicas, entre las cuales se encuentra el conductismo. Esta teoría defendida principalmente por Skinner, habla básicamente de cómo el niño aprende mediante ensayo-error. Esto quiere decir que el alumno cuando resuelve un problema aritmético, por ejemplo la adición tan trabajada en este trabajo, si realiza el ejercicio y ve que está bien interiorizara este resultado, en cambio si se equivoca y no realiza bien la operación, el niño repite la operación hasta que la realiza bien, entonces procede a interiorizar el resultado. Para ello esta teoría opta por realizar refuerzos positivos si el alumno dice bien el resultado, o refuerzos negativos si el resultado es incorrecto. Los refuerzos positivos por ejemplo en una



situación didáctica de este trabajo sería el decir a los niños “bien hecho” o “buen trabajo” en cambio un refuerzo negativo sería decirles que se han equivocado o que está mal.

Para la elaboración de este trabajo a la hora de la realización de la situación de la “caja de canicas” se han usado estos refuerzos, si los niños no eran capaces de darse cuenta por ellos mismos que el resultado era incorrecto o correcto. Ante todo se ha intentado siempre usar el refuerzo positivo siendo en contadas ocasiones la utilización del refuerzo negativo.

## **2.4 Conocimientos matemáticos**

En este apartado se concretan aquellos conocimientos matemáticos, que se quiere trabajar a través de las propuestas reflejadas en este proyecto. El primero de ellos sería el número, ya que es el primer conocimiento matemático de los propuestos, que adquiere el niño.

“Poco se sabe sobre lo que es un número. Todos aquellos que han intentado buscar una definición, tarde o temprano, han encontrado su terminología y el sentido de esta terminología en arenas movedizas.

El número matemáticamente es un ente. Es un símbolo que expresa la cantidad de elementos, pero no es cantidad” (Fernández, 1995, 115)

Pero ante esta afirmación se plantea una pregunta. Cuándo los niños conocen los nombres de los números o retahíla, ¿Realmente conocen los números, o únicamente los usan como etiquetas?

Si se observa detenidamente el aprendizaje del número por parte del niño, se puede ver que al principio usan los números únicamente como etiquetas de los objetos que enumeran y no entienden el concepto de que el número designa cantidad.

Posteriormente cuando el proceso cognitivo del niño se desarrolla, empieza a asimilar que el número designa cantidad, y que no es una etiqueta, es decir, el niño aprende que cuando enumera el objeto que ha enumerado es el tercero, cuarto o quinto dentro de un conjunto

Dentro del conocimiento de los números, a la hora de enseñárselos a los niños se pueden diferenciar cuatro dominios de números.

El primero de estos dominios son los números hasta el 4 o 5, a los que denominamos números “visualizables”, estos son los números que un reconocimiento global es posible a simple vista, sin tener que utilizar el conteo.

El segundo de los dominios, es el dominio de los números familiares, este dominio alcanza hasta el número 19, 20 dependiendo del niño. Son números fáciles de aprender mediante la retahíla y que son asumibles a la hora de un conteo por parte de los niños.

El dominio de los números frecuentes es el tercer grupo. Este dominio está formado por los números hasta el 30, y son todos aquellos números que están en el calendario. Son cifras que en rara ocasión el niño cuenta, pero que son habituales en la vida diaria del niño ya que aparecen en numerosas ocasiones, como por ejemplo, en el calendario, los alumnos de clases... Los alumnos pueden llegar a realizar la retahíla hasta este número.

Por último tenemos el dominio de los grandes números. Este grupo son aquellas cifras que el alumno conoce su nombre, pero no es capaz de ponerle cantidad. Por ejemplo, cuando un niño dice quiero cien euros, pensando que es una cantidad muy grande. (Charnay, Douaire, Guillaume, Valentin, 1990)

En este proyecto se trabajara con dos dominios, primero con el dominio de los números frecuentes, y también con el dominio de los números familiares. Con el dominio de los números frecuentes se va a trabajar a la hora de llevar a cabo el bingo, ya que son números que el niño conoce la retahíla, pero sería muy complicado que llegara a contar sin problemas estas cantidades. En cambio, el dominio de los números familiares, se utilizara a la hora de utilizar los otros dos recursos didácticos, ya que son cifras que el niño puede manipular con facilidad, y realizar con ellas tanto el conteo como la suma.

En relación a la utilización del material del bingo, tiene como objetivo que el niño sea capaz de reconocer los números. Esto significa que el niño de un solo vistazo pueda

reconocer el número escrito, a partir del nombre del número, en este caso de forma oral.

El siguiente conocimiento que es necesario que los niños hayan adquirido para la utilización de los materiales didácticos de este proyecto es el conteo.

El conteo es la asignación de un número a un objeto siguiendo el orden convencional de los números. Es decir, se debe seguir siempre una correspondencia uno a uno entre los números y los objetos que se estén contando.

Los niños hasta que no llegan a una cierta madurez cognitiva, no saben identificar que el último número que han nombrado, es el número de objetos que hay. Es muy común que los niños más pequeños a la hora de preguntarles cuantos objetos hay en un lugar, te cantan la retahíla de números asignando un número a un objeto. Puede parecer que saben contar, pero cuando se les vuelve a preguntar cuantos objetos hay en el grupo, el niño vuelve a recitar la cantinela y contar los objetos de uno en uno. Esto se debe a que el niño aun no ha asimilado que el número de objetos viene dado por la última cifra que se nombra. Cuando llega a la madurez cognitiva necesaria los niños aprenden que el valor que se le da al último objeto es el valor que tiene todo el conjunto.

Los alumnos con los que se lleva a cabo el estudio de este trabajo, saben enumerar cantidades tomando el último número, como la cantidad de objetos del conjunto, por tanto se puede decir que estos niños ya saben contar o enumerar conjuntos.

El último conocimiento implicado en el estudio que se realiza a lo largo de este proyecto, es la suma o adición. La suma o adición es un tipo de problema aritmético en el que a una cantidad se le añade o suma otra cantidad, es decir, se tiene un número de objetos y se le añade otro número de objetos, el conjunto resultante será el resultado del problema aditivo.

Los alumnos cuando empiezan a realizar problemas aditivos, suelen recurrir al conteo con dedos para resolver las sumas. Esta estrategia puede serles útil hasta cierto punto, ya que a partir de que un sumando sea mayor a cinco esta táctica no funciona. Uno de los grandes objetivos de este proyecto es transmitir nuevas estrategias a los alumnos, que les sirvan a la hora de resolver todas las operaciones aditivas.

Una de estas estrategias es contar a partir de un número. Esta táctica consiste en partir del número del primer sumando, para después continuar contando el segundo sumando. El resultado al finalizar el conteo del segundo sumando será el resultado final del problema aditivo.

Esta estrategia tampoco es útil siempre, ya que hay un momento en el que esta táctica resulta costosa para el niño. El material de la línea numérica se respalda en esta estrategia para la resolución de problemas aditivos.

Otra estrategia es realizar sumas sin modelos. Esta estrategia consiste en que el alumno, no realiza las sumas contando objetos, sino que por el contrario realiza las operaciones de forma mental, sin poder apoyarse en objetos, ya sean dedos, lápices y otro tipo de materiales. Esta es la estrategia que se busca que los niños realicen empleando el material de la caja de canicas.

Dentro de los problemas aditivos se encuentran diferentes tipos de problemas. Este estudio se centra en los problemas de cambio y de combinación.

“Los problemas de cambio se caracterizan por la presencia de una acción, de modo que esta acción, implícita o explícita, modifica una cantidad inicial, dando como resultado el incremento o decremento de esa cantidad. (...) Los problemas de combinación presentan situaciones en las que se proponen dos cantidades disjuntas, que pueden considerarse aisladamente o como partes de un todo, sin que haya ningún tipo de acción.” (Bermejo, 1990, 110)

En ambos tipos de problemas, la incógnita siempre estará en el resultado. En la caja de canicas siempre se utilizaran problemas combinativos con incógnita en el resultado, ya que harán el problema entre dos niños y el resultado siempre será la combinación de las canicas de los dos alumnos.

## **2.5 Marco curricular**

Para la elaboración de los materiales y su puesta en práctica, se ha tenido en cuenta el currículo oficial de Navarra de segundo ciclo de infantil. Por ello, a continuación se citan aquellos contenidos que se han tenido en cuenta para la elaboración del material y situaciones descritos en este TFG. Se indican el área a la que pertenecen así como el

bloque en el que están contenidos. Primero se van a tratar los conocimientos matemáticos del currículo que se han puesto en práctica en este trabajo.

“Conocimiento del entorno.

Bloque 1: Medio físico: elementos, relaciones y medidas.

- Percepción de atributos y cualidades de objetos y materias. Interés por la clasificación de elementos y por explorar sus cualidades y grados. Uso contextualizado de los primeros números ordinales.
- Aproximación a la cuantificación de colecciones. Utilización del conteo como estrategia de estimación y uso de los números cardinales referidos a cantidades manejables.
- Aproximación a la serie numérica y su utilización oral para contar. Observación y toma de conciencia de la funcionalidad de los números en la vida cotidiana.” (Gobierno de Navarra, 2007, 29)

A lo largo de las situaciones didácticas enmarcadas en este estudio, se pueden observar que estos contenidos se reproducen en la práctica.

Como ya se ha mencionado en el subapartado de las teorías didácticas en educación infantil se trabaja de manera globalizada, por lo que no solo se han trabajado contenidos matemáticos, sino que se han escogido otros contenidos generales para ponerlos en práctica a lo largo de este estudio.

“Conocimiento de sí mismo y autonomía personal

Bloque 3: La actividad y la vida cotidiana.

- Las actividades de la vida cotidiana. Iniciativa y progresiva autonomía en su realización. Regulación del propio comportamiento, satisfacción por la realización de tareas y conciencia de la propia competencia.
- Hábitos elementales de organización, constancia, atención, iniciativa y esfuerzo. Valoración y gusto por el trabajo bien hecho por uno mismo y por los demás. [...]

Conocimiento del entorno.

Bloque 3. Cultura y vida en sociedad.

- Incorporación progresiva de pautas adecuadas de comportamiento, disposición para compartir y para resolver conflictos cotidianos mediante el diálogo de forma progresivamente autónoma, atendiendo especialmente a la relación equilibrada entre niños y niñas. “(Gobierno de Navarra, 2007, 24- 30)

Los contenidos principales que se trabajan de forma transversal, que no son contenidos matemáticos, son contenidos actitudinales, es decir contenidos que se refieren al comportamiento de los alumnos con sus compañeros, con los docentes, o en la misma situación. Se le da gran importancia al comportamiento de los alumnos, ya que se considera que para el buen funcionamiento de las situaciones los niños deben respetar unas normas, a la vez que respetar a sus compañeros y al propio profesor.

Estos contenidos se pueden ver reflejados a lo largo de las situaciones didácticas que se han llevado a cabo para realizar este estudio.

### **3. DESARROLLO**

En este apartado se describe el material que se ha creado, las situaciones en las que se van a desarrollar, y los resultados obtenidos tras las intervenciones con los alumnos. A su vez, se comienza con una contextualización del aula en la que se han llevado a cabo las situaciones, para así comprender mejor la metodología empleada y el porqué se han creado estos materiales y no otros.

#### **3.1. Contexto**

Los materiales para este trabajo, se han creado expresamente pensados para trabajarlos en un aula de 5 años de educación infantil dentro de un colegio público. Esta aula cuenta con 25 alumnos. Teniendo una división equitativa entre chicos y chicas, habiendo 12 chicas y 13 chicos. En esta clase no hay ningún niño con necesidades educativas especiales. Por este motivo no se han tenido que adaptar los materiales a las posibles necesidades de un niño con estas circunstancias. Sí que se pueden observar diferencias cognitivas entre unos alumnos y otros. Estas diferencias cognitivas tienen como causas diferentes factores, entre ellos destacaría la edad del niño, la madurez intelectual, el contexto social en el que se sitúa su familia, el desarrollo cognitivo... Estas diferencias cognitivas se verán reflejadas en los resultados obtenidos, ya que son diferencias bastante representativas entre los datos aportados por unos alumnos y por otros. De esta manera, se debe tener muy en cuenta, que ni los alumnos cognitivamente más desarrollados o maduros son la totalidad de la clase, ni se puede coger los resultados de aquellos alumnos con más problemas a la hora de adquirir conocimientos matemáticos, como el conjunto global del aula.

También, hay que indicar que el centro sigue el modelo PAI. Este modelo educativo trabaja la mitad de las horas en inglés y la otra mitad en castellano. Por ello los alumnos tienen a la vez dos tutoras, una que sería la tutora de castellano y la otra profesora sería la encargada de impartir las horas de inglés. Por esta razón, las profesoras deben coordinar la materia que dan, y distribuirse de una manera global las materias comunes, de esta forma las matemáticas son impartidas tanto en inglés como en castellano. Para la realización de las situaciones, se han hecho siempre en el horario de castellano, usando para todas las situaciones este idioma como idioma vehicular.

Los niños a la hora de realizar problemas aditivos, recurren al conteo de dedos, por ejemplo, en la suma cuatro más tres, levantan de la mano izquierda cuatro dedos y tres de la derecha, a continuación juntan las dos manos y realizan el recuento de todos los dedos levantados.

“Los niños utilizan la estrategia de contar todo con modelos antes de iniciar la escolaridad formal. Dicha estrategia consiste simplemente en representar ambos conjuntos mediante objetos físicos o los dedos y recontar después estos objetos en función de la operación planteada.”(Bermejo, 1990, 127-128)

Para entender esta reflexión de Bermejo, hay que especificar que la escolaridad formal empezaría en Educación Primaria, por lo que la Educación Infantil sería previa a la escolaridad formal.

La mayoría de alumnos, no saben hacer sumas en las que el resultado fuera superior a 10. En cambio otros escolares, sí que pueden resolver problemas aditivos en las que el resultado fuera superior a diez, y no depender del conteo de números. Estos son la minoría de alumnos, aunque se puede apreciar, como no son pocos los que con ayuda del profesor lo logran.

En cuanto al estudio de los números van aprendiendo un número, uno a uno, estudiando su grafía y problemas aditivos que dan como resultado esa cifra concreta. Los alumnos, por ejemplo, trabajan el número 8 en una clase, a pesar de que ya han realizado sumas, conteos... que tienen como resultado este número o números superiores. Esta forma de trabajar carece de sentido, ya que ralentiza el aprendizaje de los niños, debido a que vuelven a dar nociones que ya tienen adquiridas.

El reconocimiento del número se da de forma globalizadora en el aula, es decir, no solo se trabaja en las horas que específicamente se imparten matemáticas, sino que se trabaja con números sobre todo en las rutinas. Es en las rutinas donde el alumno tiene mayor percepción de números “grandes”, ya que a la hora de tachar días de calendario, poner los días del calendario... necesita tener un gran dominio de los números hasta el 31. También, en las rutinas se pueden observar problemas aditivos a la hora de contar los alumnos que faltan a clase. En esta suma, los sumandos serían los



niños que faltan y las niñas que faltan y el resultado es todos los alumnos que no han asistido ese día a clase.

Por todo lo comentado anteriormente, se puede apreciar que hay alumnos a los que los materiales de este trabajo les sirven para fomentar y desarrollar habilidades y destrezas que ya poseen, mientras que a otros alumnos estas herramientas les tienen que ayudar a obtener nuevos recursos a la hora de enfrentarse a los problemas aditivos.

A continuación se procede a explicar las situaciones didácticas planteadas para el estudio de este proyecto. Las situaciones didácticas están basadas en el marco teórico expuesto anteriormente.

### **3.2 Situación “Bingo”**

El primer material que se ha creado para trabajar los problemas aditivos es un bingo. El objetivo principal de este recurso, no busca ayudar a los niños a resolver sumas, ni a que adquieran nuevas estrategias a la hora de resolver problemas aditivos. El objetivo de este material es que los alumnos reconozcan los números hasta el cuarenta. De esta forma se pueden analizar los resultados y ver cuántos alumnos son capaces de reconocer los números hasta el cuarenta. Dependiendo de estos resultados, se puede estudiar hasta qué número se puede trabajar con los otros materiales, además este material les ayudara a buscar estrategias para que les resulte más sencillo el reconocimiento del número.

Para realizar la descripción de la situación, se procede a seguir la estructura estándar de elaboración de situaciones. Tras la descripción de la situación se explican los resultados que se han obtenido de la utilización de este material.

#### *3.2.1 Presentación*

Como ya se ha mencionado anteriormente, esta situación sirve para trabajar el reconocimiento de números hasta 40. Se tiene constancia de que algunos alumnos lo logran, pero no se parte con la seguridad de que todos los alumnos puedan reconocerlos. Se tiene la intención que ellos logren por sus propios medios, darse

cuenta de nuevas estrategias que les faciliten el reconocimiento de los números. Esto lo consiguen mediante el sistema posicional de base 10.

- **Objetivos**

- Reconocer una cifra a partir del nombre de ese número y viceversa hasta el número 40.
- Reconocer el valor y la posición de los números y las cifras.

- **Vocabulario**

El vocabulario siempre es sencillo y natural, de manera que todos los alumnos pueden entenderlo. La mayor parte del vocabulario de esta situación es vocabulario matemático teniendo gran énfasis los números hasta el 40. En ningún momento se usa un vocabulario especializado y que resulte complejo de entender a los escolares.

Palabras clave: reconocer, los números del uno al cuarenta, línea, bingo, casillas...

- **Variables didácticas**

La principal variable didáctica es el tiempo que se da entre que se dice un número y el siguiente, ya que dependiendo del espacio de tiempo que se da entre un número y otro, los alumnos pueden seguir una estrategia u otra. Si el espacio de tiempo es muy amplio, los niños tienen la opción de recurrir al conteo para saber qué número deben tachar. Este no es el objetivo de este material, ya que tenemos constancia de que los niños pueden contar hasta este número.

En cambio, si el espacio de tiempo es breve, pero les da tiempo a revisar todos los números, no tienen la posibilidad de encontrar los números por conteo, y deben buscar otras estrategias para reconocer la cifra.

- **Interés pedagógico**

Es un juego individual que busca trabajar la evolución del niño hacia la adquisición del número y de su reconocimiento de una forma intelectual. Busca también, que todos los alumnos tengan una participación equitativa, a la vez que trabajen de una forma autónoma.

- **Interés didáctico**

- Reconocimiento de los números hasta el 40.
  - Búsqueda de estrategias para el reconocimiento del número que no sean el conteo.
  - Darse cuenta de la importancia del sistema posicional de base diez, a la hora de poder reconocer números y contarlos.
- Duración prevista

De tres a cinco sesiones de media hora cada una. Pudiendo ser variable el tiempo de cada sesión, aunque se estima que este sea el tiempo medio.

- Distribución en el año escolar

Se ha llevado a cabo durante el mes de abril.

- Material

El material necesario para la realización de la actividad consiste en: rotuladores, papeletas con los cuarenta números escritos con letras, así aunque los vean no pueden copiar la cifra que perciban, y el “cartón” del bingo. Este “cartón” está hecho con medio folio, que se divide en cuatro filas y diez columnas. Por tanto, queda en la primera fila del 1 al 10 en la segunda del 11 al 20, en la tercera del 21 al 30 y en la última del 31 al 40. Este material está plastificado, así se puede limpiar con un pañuelo húmedo y lo pueden volver a usar los alumnos.



**Figura 3.1.** Material bingo

- Edad

5 años.

### 3.2.2 Desarrollo

- Disposición de la clase

Se procede a trabajar con los alumnos en gran grupo, con cada alumno sentado en su lugar asignado de las mesas.

- Consigna

Explicación del bingo. “Tenéis cada uno, un cartón de bingo, cada vez que yo diga un número, deberéis tacharlo. Cuando una línea tanto horizontal como vertical” se indica con el dedo como son las líneas verticales y horizontales, “la tengáis tachada entera, deberéis cantar línea, si tenéis tachadas todas las casillas del cartón deberéis gritar bingo, ya que habréis ganado” durante el proceso del juego únicamente se dicen los números que van saliendo, solo en caso de necesidad se para el juego o se hace alguna indicación concreta a algún alumno o al grupo entero.

- Proceso

- Fase de naturalización: Los niños cogen el material y se familiarizan con él. Una vez conocido el material se procede a la explicación del juego y de la sesión.

- Fase de acción: Se puede describir de la siguiente manera, primero explicación del juego, segundo se empieza a jugar y a tachar los números que van saliendo, a su vez se cantan las líneas que salen, tercero se canta bingo y termina el juego.

- Fase de formulación: Los niños deben cantar líneas y bingo cuando salgan. También si algún niño se despista y canta línea o bingo de forma errónea, sus propios compañeros le pueden sacar de su error.

- Fase de validación: La validación se hace de forma oral, si algún alumno dice alguna línea errónea o un bingo erróneo, son sus compañeros o el profesor quien le corrija haciéndole ver su error.

- Fase de institucionalización: El profesor dirige la clase, es el encargado de hacer que los alumnos no se copien y realicen el trabajo por su cuenta. Ayuda a que los alumnos

lleguen a reconocer por sus medios los números. Corrige los errores de los alumnos y es el encargado de que no se estropee el material para poder reutilizarlo en otra sesión.

### 3.2.3 Análisis didáctico

- Objetivos del maestro
  - Reconocer por parte de la clase los números hasta el 40.
  - Reconocer el valor y la posición de los números y las cifras.
  - Respetar el material.
  - Trabajar de forma autónoma sin apoyarse en los compañeros.
  - Respetar las normas del juego.
- Objetivos del alumno
  - Reconocer todos los números posibles.
  - Reconocer los números de una forma rápida y sencilla.
  - Buscar estrategias que faciliten el reconocimiento de números.
- Dificultades: necesidades de aprendizaje.
  - Los alumnos no escuchan algún número indicado.
  - Los alumnos confunden un número con otro.
  - Los alumnos se distraen y no se enteran de los números “cantados”.
  - Cuando se hace bingo, algún alumno tacha repentinamente todos los números para “ganar”.
  - Los alumnos no saben reconocer los números, ni tienen estrategias para poder hacerlo.
- Conocimientos matemáticos
  - Nociones matemáticas involucradas. Número. Reconocimiento de número. Sistema posicional de base 10.

-Procesos: Reconocimiento del número usando estrategias como el sistema posicional de base 10 o incluso el conteo, aunque buscamos impedir este proceso, fomentando el primero.

- Contratos

- Pedagógico. Los alumnos escuchan en silencio las instrucciones del profesor. Los alumnos escuchan atentamente los números indicados por el profesor. El profesor controla que haya un buen ambiente en la clase. El profesor determina si los resultados de los alumnos son correctos o incorrectos.

-Didáctico. Los alumnos tachan aquellos números que se van nombrando. Cuando una línea, tanto vertical como horizontal, ha sido tachada entera, los niños deben cantar línea. Los escolares deben cantar bingo, una vez que tienen todas las casillas de números rellenas. Los alumnos deben darse cuenta de sus errores, si cantan bingo o línea incorrectamente, son ellos mismos o sus compañeros quienes tienen que ver el error.

### *3.2.4 Cuestión crucial*

¿Los niños son capaces de reconocer los números hasta el 40? y en este caso ¿usan como estrategia basarse en el sistema posicional de base 10?

Los alumnos que son capaces de reconocer los números usan, de forma deliberada o no, el sistema posicional de base 10.

### *3.2.5 Resultados*

Antes de comenzar a analizar los resultados de la situación, se debe hacer hincapié en algunos cambios que se han hecho respecto a lo propuesto inicialmente. Por cuestión de tiempo, únicamente se ha podido desarrollar esta situación a lo largo de dos sesiones. Durante la primera sesión se completaron los 40 números de los que consta el cartón, pudiendo así los niños cantar bingo. En cambio, en la segunda sesión solo se llevaron a cabo la mitad de los números, así facilitando el análisis de los resultados de la situación. Esto se debe a que en la primera sesión cuando se canto bingo, algún alumno que no tenía todos los números asignados, comenzó a tacharlos deprisa para así ganar como sus compañeros. A esto hay que añadir que algunos alumnos se podían

confundir de número, pero luego al tachar todos no se podía apreciar si se había confundido en algún momento o no.

Se quiere explicar que la mayoría de resultados que se han sacado de los análisis de estos tres materiales, son resultados cualitativos. Trabajar con este tipo de resultados es mejor para el alumnado, ya que así se tiene el privilegio de verlos como personas, ver el desarrollo que tienen y su evolución, y estos resultados no se marcan con meros números, sino que por el contrario son resultados que se pueden observar a la hora de su trabajo. Por ejemplo, en este material había algún alumno que se despistaban, ya que quizás la actividad no le resultara suficiente motivadora, o fuera pesada para ellos, pero quizás se podía observar como si reconocían los números. Por ello sería un grave error decir que esos alumnos no sabían reconocer las cifras. También, ocurre el caso contrario, en alumnos que rellenaban todo el cartón, pero realmente muchos números los habían copiado de sus compañeros. Por todas estas razones se cree que en esta etapa educativa valorar resultados cualitativos es más eficaz que analizar resultados cuantitativos.

A continuación, se procede a mencionar los resultados de cada sesión.

- Primera sesión

Durante esta primera sesión, se han “cantado” todos los números, por ello la mayoría de los alumnos han cantado bingo. Por tanto se puede afirmar que la mayoría de la clase sabe reconocer los números del 1 al 40. Aquellos alumnos que no han tachado todos los números, con los 20 primeros, en general, no han tenido ningún tipo de problema, ya que son números muy cotidianos para ellos, que pueden observarlos todos los días en clase, en el calendario, en las villavesas...

De los veinticuatro alumnos que había ese día en el aula, quince de ellos hicieron todo el bingo bien. Los otros nueve se olvidaron de algún número. Es decir, el 62,5% de alumnos de la clase pudieron reconocer los 40 números de los que constaba el “cartón”. Mientras que el 37,5% de los alumnos tenían problemas a la hora de encontrar los números del bingo. Observando estos datos, se puede observar que un número alto de alumnos, son capaces de reconocer los 40 primeros números, pero también es bastante alto el número de alumnos que no sabe reconocerlo.

Como ya se ha mencionado anteriormente, este trabajo no se centra en los datos cuantitativos, si no que son los cualitativos los que más interesan. Por ello los datos arrojados anteriormente no son los definitivos. De los 19 alumnos que completaron el bingo, se tiene constancia que por lo menos dos alumnos copiaron algún número a sus compañeros. No obstante la mayoría de números los reconocieron por cuenta propia. De los alumnos que no completaron el bingo, uno de ellos nos dio el bingo completo, pero se pudo observar como tachaba todos los números en cuanto se canto bingo, aun faltándole bastantes. Y a otros dos alumnos también se les pudo ver copiando a compañeros. De este grupo que no completo el bingo, se pudo apreciar como uno de ellos reconocía todos los números, pero en algún momento se despistó y dejó de hacer caso a los números que se leían.

De los alumnos que no han completado el bingo, la mayoría de ellos, como ya se ha indicado anteriormente, no lo han completado por unos pocos números, en cambio tres alumnas solo han contestado a unos pocos números. Estas alumnas han reconocido bastante bien los 15 primeros números, han dejado algún número sin tachar, y a partir del 15 han tenido más problemas, pudiendo solo reconocer entre cinco y diez de los siguientes 25 números.

En cuanto a estrategias, se pudo observar tres tipos a la hora de reconocer los números hasta el 40. Siempre y cuando descartemos como estrategia copiar al compañero. Había alumnos que reconocían el número de forma visual, es decir, se decía el número y ya sabían cual era.

Otros se basaban en el sistema posicional de base 10 a la hora de reconocer cifras y números. Esta estrategia consiste en buscar primero la decena correspondiente, y luego buscar la unidad del número. Por ejemplo, en el juego del bingo, si se dice treinta y cinco, el niño primero iba a la línea de la decena treinta, y posteriormente buscaba la unidad 5. Esta estrategia no es solo utilizada en este juego del bingo, sino que debe ser asimilada por el niño para posteriormente reconocer números que nunca antes había leído o visto. Esto se puede observar a la hora de que el niño aunque no sepa contar hasta cuarenta si empiezas la retahíla cuarenta y uno, cuarenta y dos, ellos son capaces de continuar la serie, debido a que ya tienen adquirido el sistema posicional de base 10.



La última estrategia que se ha podido observar es el conteo, aunque como se ha dicho anteriormente, se ha intentado que no usaran esta táctica. Aunque a los números más pequeño algunos alumnos recurrían a esta estrategia ya que les daba tiempo. A los números más altos, en cambio, eran incapaces de recontarlos ya que nos les dejaba tiempo para ello.

- Segunda sesión

Como ya se ha mencionado al principio de este apartado, el segundo día se realizó únicamente la mitad del bingo, para así poder observar más detenidamente y con más detalles los resultados. Al realizar por segunda vez esta situación los niños han cumplido las normas, es decir, no han copiado a sus compañeros, lo cual facilita el trabajo.

El número de alumnos que se han equivocado en algún número no ha variado desde la anterior vez, son 9 alumnos los que se han equivocado mientras que 15 escolares han llevado a cabo la tarea sin problema. Cómo se puede apreciar el número de alumnos que han sabido reconocer los números es el mismo, pero no los alumnos que lo han llevado a cabo. Se ha podido apreciar, cómo un alumno que en la anterior sesión no había completado la asignación de todos los números, en esta sesión sí que lo ha logrado. En cambio, otro alumno que, en la primera clase que se llevo a cabo este experimento, identifico todos los números, en esta sesión no ha sido capaz de reconocer y tachar todos los números. Cómo ya se ha indicado anteriormente, este cambio de resultados se debe a un posible despiste del alumno.

Se puede apreciar una leve mejoría de resultados en aquellos alumnos que no han logrado reconocer todos los alumnos. Ya que, hasta aquellas alumnas que habían tachado pocos números en la sesión anterior, en esta sesión han sido capaces de casi completar el bingo. El dato negativo lo ha dado un niño, que en el anterior bingo no fue capaz de reconocer todos los números, pero en esta prueba únicamente ha logrado tachar cuatro números. A este alumno en cuestión, se le ha visto muy inseguro a lo largo de todo el bingo y necesitaba que el profesor le dijera que lo tenía bien para tachar los números. Por tanto, se puede presuponer que este alumno, puede reconocer más números de los que ha sido capaz de resolver en esta sesión.

Gracias a que no se ha completado el bingo entero, se pueden observar en aquellos números que los alumnos se han confundido. La mayor parte de estos números, son cifras sumamente fáciles de confundir por alumnos que no tienen bien adquirida la capacidad del reconocimiento de números. En este caso se encuentran los números que acaban con la misma unidad, por ejemplo, diecisiete o veintisiete o números que tienen un nombre similar como pueden ser el treinta y el trece.

### *3.2.6. Discusión de los resultados*

Como se ha podido observar, el número de alumnos que no ha podido identificar todos los números es muy alto, aunque cómo ya se ha mencionado anteriormente, hay alumnos que por despistes no consiguen completar el bingo. Aún sin contar estos dos casos, el número de escolares que no son capaces de reconocer los primeros cuarenta números es muy alto.

También, se ha podido apreciar una significativa mejora entre los resultados de la primera sesión y la segunda. Por ello, se puede ser optimista, ya que aunque ahora mismo no sepan identificar los 40 primeros números, están en el buen camino hacia la consecución de este objetivo.

Otro de los comportamientos que se ha podido observar es la utilización de diferentes estrategias matemáticas para resolver la situación. Los alumnos con un mayor dominio cognitivo de las matemáticas realizaban un reconocimiento de los números de forma visual. Es decir, no necesitaban buscar los números si no que de un vistazo ya sabían cual era. Realmente esta estrategia es la misma que la segunda táctica que se utilizaba en la clase. El reconocimiento de números de una forma visual, consiste en basarse en el sistema posicional de 10 para reconocer números, pero de forma intuitiva, es decir, los alumnos ya tienen adquirida la noción de sistema posicional de los números, por ello realizan el reconocimiento de los números mediante esta estrategia pero de forma inconsciente.

La segunda estrategia utilizada por los escolares es el reconocimiento basándose en el sistema posicional de base 10, pero de forma consciente. Estos alumnos primero buscan la decena del número indicado, para después buscar la unidad. En el siguiente ejemplo se vera de forma más lúcida. Se “canta” el número 25, entonces los alumnos

buscaban primero la decena de 20 para después buscar la unidad 5, de esta forma hallaban el número 25.

Estas dos estrategias eran las que se habían propuesto como objetivo, se pudo observar como gran parte de la clase la llevaba a cabo, incluyendo algunos de los alumnos que no lograron reconocer todos los números indicados. Estas estrategias son más eficaces para la utilización de la adición, ya que sin ellas sería imposible poder hacer sumas.

Otros alumnos, aunque intentando que no contaran y dándoles la premisa que buscaran otro tipo de estrategias, realizaban el reconocimiento mediante el conteo. Esta táctica de reconocimiento del número es muy elemental y a posteriori no servirá a los niños para poder llevar a cabo problemas aditivos de manera eficaz, por ello se debe buscar que el niño adquiera las estrategias ya descritas en este apartado.

Se tendrán en cuenta los resultados de esta actividad a la hora de llevar a cabo el resto de recursos didácticos. Ya que se puede observar que algunos alumnos no son capaces de reconocer números muy altos, por ello no se puede trabajar la adición a partir del número 15, que es hasta más o menos todos dominan.

### **3.3 Segunda situación: “La caja de las canicas”**

#### *3.3.1 Presentación*

Este material está pensado, para fomentar los problemas aditivos sin necesidad de contar objetos o dedos para su resolución. La mayor parte de alumnos de esta clase, utilizan como herramienta recurrible los dedos de la mano a la hora de realizar problemas aditivos. Esta estrategia funciona a la hora de hacer sumas de cifras no mayores de 5, pero deben adquirir nuevas estrategias para poder enfrentarse a retos mayores. Siguiendo estas causas, se busca que los alumnos comiencen a realizar sumas de una forma mental y cognitiva, desarrollando de esta forma su proceso cognitivo y dándoles nuevas herramientas para la resolución de problemas aditivos.

Esta caja, pasado un primer tiempo en la que se trabajaría con el profesor, se colocaría en algún lugar accesible para los niños. De esta forma que ellos puedan jugar y manipularla de una forma autónoma cuando ellos quisieran.

- Objetivo

- Trabajar la adición de forma cognitiva y sin recurrir al conteo, hasta valores inferiores a 15.

- Vocabulario

El vocabulario que se utiliza en esta sesión es natural, sencillo y comprensible para los alumnos. El vocabulario es, no formalizando, sin recurrir a palabras complejas o desconocidas para los escolares.

Palabras clave: Sumandos, caja, canica, suma, cuenta...

- Variables didácticas

Dejarles contar todas las canicas seleccionadas o no, antes de que se abra la trampilla y caigan todas las bolas juntándose.

- Interés pedagógico

Es un juego que se puede realizar por parejas, grupos reducidos o de forma individual. Se necesita para este juego colaboración y saber respetar a los compañeros.

- Interés didáctico

- Problemas aditivos.

- Conteo para la comprobación de resultados.

- Duración prevista

Se lleva a cabo en pequeños grupos o parejas a lo largo de dos o tres semanas, luego se tendrá ubicado el material en el aula para que los niños puedan manipularlo.

- Distribución en el año escolar

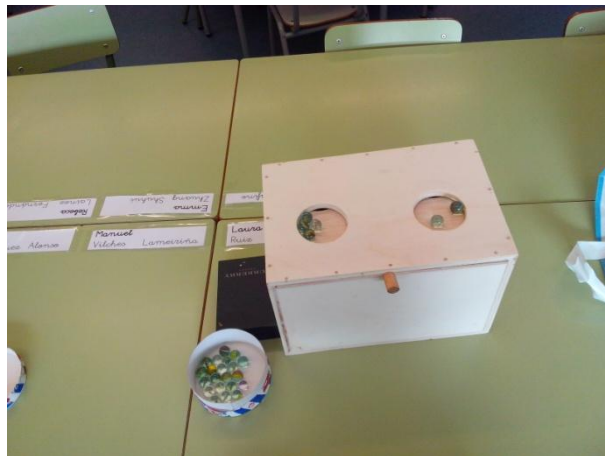
Se lleva a cabo durante los meses de abril y principios de mayo.

- Material

El material necesario para la realización de esta situación es el siguiente:

- Canicas.

- Una caja de madera que en la parte de arriba tiene dos agujeros (sumandos), que son tapados con una trampilla, cuando se abre la trampilla, se abre el agujero cayendo las canicas que estén encima al interior de la caja, llegando a una salida que estará tapada. Una vez se diga la solución se procede a abrir la tapa y así se puede contar las canicas para comprobar el resultados.



**Figura 3.2.** Material caja de canicas



**Figura 3.3.** Funcionamiento caja 1



**Figura 3.4.** Funcionamiento caja 2



**Figura 3.5.** Funcionamiento caja 3



**Figura 3.6** Funcionamiento caja 4



**Figura 3.7** Funcionamiento caja 5

- Edad

5 años.

### 3.3.2 Desarrollo

- Disposición de la clase

Trabajan con la caja por parejas, o por grupos de cuatro o seis alumnos. Manipulando la caja solo puede haber cada vez dos niños, estando el resto observando la situación. Para que se pueda trabajar con un grupo tan reducido de niños, es aconsejable realizar esta situación mientras el resto de compañeros juegan o realizan una actividad.

- Consigna

Se muestra la caja y se dice a los alumnos que con ella vamos a realizar sumas. Vamos a trabajar por parejas, cuando os toque, cada uno de la pareja tiene que coger un puñado de canicas y lo pondrá en uno de los sumandos (agujeros). Los dos alumnos que hayan cogido las canicas deberán contarlas y decir el número en alto para que después podamos sumar las dos cifras. Una vez dichos los dos números se abre la trampilla, cayendo todas las canicas adentro de la caja. Entonces los dos miembros de la pareja deberán decir cuántas canicas tienen si sumamos las canicas de ambos. “No podréis utilizar las manos para sumar”. Una vez que se digan los resultados veremos si son ciertos o no. Para ello se levanta la tapa, y vemos todas las canicas, para saber si hemos hecho bien la suma realizamos un conteo de las bolitas. Si fuera necesario os podéis apoyar en la línea numérica para resolver las sumas.

- Proceso

- Fase de naturalización. Los niños tocan la caja, la abren y cierran. Se van familiarizando con su mecanismo.

-Fase de acción. La acción en esta actividad sigue el siguiente esquema. Primero cada alumno coge un número al azar de canicas, después se ponen en los sumandos y se cuenta cada grupo de canicas. A continuación se abre la trampilla juntándose todas las canicas, es en este momento cuando los alumnos realizan la operación aditiva de forma mental o si es necesario ya que hay dudas, utilizando la línea numérica. Finalmente se dice el resultado y se verifica mediante el conteo de las canicas.

- Fase de formulación. Los alumnos dicen el resultado que ellos creen que es a la hora de sumar las canicas. Si uno de los dos alumnos se equivoca o los dos, ambos alumnos deberán defender sus posiciones.

-Fase de validación. La validación se lleva a cabo cuando se realiza el conteo de los números, viendo si su respuesta es correcta o errónea.

-Fase de institucionalización. El profesor es el encargado de revisar que no se hacen trampas y se cuentan con los dedos, o se cuentan todas las canicas antes de tiempo. Debe encargarse de que se realicen las sumas de manera mental, a la vez que una vez comprobado el resultado final, si los alumnos se han equivocado, debe hacerles ver porque esa suma da ese resultado.

En las siguientes figuras, se ve una recreación del proceso de manipulación del material en esta situación didáctica, el ejemplo se ha realizado con una niña de la misma edad que los alumnos del colegio. Por motivos de privacidad no se han podido realizar fotografías de los alumnos en el aula.





**Figura 3.8.** Recreación de la situación 1



**Figura 3.9.** Recreación de la situación 2



**Figura 3.10.** Recreación de la situación 3



**Figura 3.11.** Recreación de la situación 4



**Figura 3.12.** Recreación de la situación 5

### 3.3.3 Análisis didáctico

- Objetivos del maestro
  - Enseñar a sumar sin utilizar la estrategia del conteo, sino haciéndolo mentalmente o en su defecto usando la línea numérica.
  - Motivar a los niños a realizar sumas de una forma divertida.
  - Trabajar de forma autónoma con un material propuesto por el profesor.
- Objetivos del niño
  - Realizar las sumas de forma mental, sin usar los dedos.
- Dificultades: necesidades de aprendizaje

- Los alumnos son incapaces de realizar la suma de forma mental, teniendo que valerse de otros medios. (En estos casos se procede a la utilización de la línea numérica)

- Los alumnos cogen un número excesivamente grande de canicas, haciendo imposible que puedan sumarlas de forma mental o por otros medios. (En este caso se interviene y se reduce el número de canicas que han cogido los alumnos.)

- Conocimientos matemáticos

Nociones. Aritmética, adición, conteo.

Procesos: Realización de problemas aditivos de forma mental sin basarse en el conteo. Utilización de la línea numérica, solo en caso necesario, para la resolución de sumas. El conteo como herramienta de validación de resultados.

- Contratos

-Pedagógicos. Los alumnos permanecen al lado de la caja. Los alumnos que están realizando la actividad deben participar de forma activa. El profesor es el encargado de que los alumnos manipulen de forma correcta la caja. El profesor indica el turno de los niños para la realización de la situación de la caja.

-Didácticos. Los alumnos no cuentan todas las canicas hasta que se haya resuelto el problema. Los alumnos deben decir un resultado bien pensado y tras haber hecho la operación aritmética en su cabeza, no sirven resultados al azar. Cada alumno puede decir un único resultado. Los alumnos no deben abrir el agujero de los sumandos, antes de conocer cuantas canicas hay en cada uno de ellos.

### *3.3.4 Cuestión crucial*

¿Los alumnos son capaces de resolver problemas aditivos, sin poder manipular ningún objeto con el que contar?

La mayor parte de alumnos hasta el número 10 no tienen problemas, teniendo en cuenta que puede haber alumnos que lleguen a poder realizar sumas con resultado 15 y en cambio otros alumnos que no pueden llegar a realizar sumas mayores de 7. Los escolares que no pueden realizar las sumas de forma mental, pueden apoyarse en la

línea numérica, siempre que intenten hacer la operación anteriormente de forma intelectual.

### *3.3.5 Resultados*

Primeramente se debe explicar, que este experimento se ha llevado a cabo con los alumnos a lo largo de dos semanas. Se empezó realizándolo en grupos medianos de unos diez, doce alumnos a la vez. Los alumnos se ponían alrededor de una mesa donde estaba la caja y se iba llamándolos por parejas. Cada pareja realizaba un problema aditivo y se pasaba a la siguiente pareja. Se decidió cambiar la metodología ya que los alumnos se dispersaban y era muy complicado que prestaran atención a lo que realizaban sus compañeros. Además los alumnos querían ponerse lo más cerca posible, imposibilitando que el resto viera o que la pareja participante en ese momento pudiera concentrarse. Por estas razones se decidió aprovechar cuando los alumnos estuvieran realizando diferentes actividades o jugando para cogerles por parejas y poder hacer la situación

Como era esperable se han podido apreciar grandes diferencias entre unos alumnos y otros. Algunos alumnos cogían una cantidad importante de canicas y eran capaces de resolver la operación. En cambio otros alumnos siempre intentaban realizar las operaciones más elementales, no superiores a 6 o 7. Era importante para ello que las parejas estuvieran equilibradas. Ya que si se ponía en la misma pareja a un alumno que destacaba por debajo y a otro que no llegaba a la media. El primero cogía bastantes canicas y el segundo pocas, y el resultado salía elevado. Entonces el segundo no tenía recursos suficientes como para resolver la operación y únicamente se limitaban a repetir el resultado de su compañero. En este momento se pasaba a la intervención, ya que, se invitaba al niño que no era capaz de resolver la operación a que la solucionara mediante la línea numérica. Este material se detallara en el siguiente apartado.

Un aspecto destacable que se ha podido observar, es ver como los propios alumnos repensaban los resultados que habían dado por validos, siendo capaces de que si les dijera nada rectificar y cambiar el número que habían dado por bueno.

Se debe destacar como este recurso didáctico es muy motivador para los alumnos, ya que no son simples operaciones matemáticas que deben resolver en una ficha, sino

que por el contrario pueden observar en todo momento como al sumar los dos sumandos se juntan todas las canicas siendo el conjunto final la suma de todas las bolitas. Además son en todo momento son partícipes de la elaboración de la suma. Ellos mismos son los encargados de escoger la cantidad de un sumando, aunque lo cojan sin saber cuál es el número de canicas que están escogiendo, si que saben más o menos si son muchas o no, y al final de resolver el problema aditivo. También les resulta muy motivador que ellos mismos puedan elegir la dificultad de la operación aritmética, ya que con ello se consigue que busquen nuevos retos y sean ellos los que se coloquen sus límites.

A lo largo de estas dos semanas se ha podido observar una mejora general de los resultados de los alumnos. Se ha podido notar esta mejora sobre todo en aquellos alumnos que al principio no eran capaces de realizar las sumas más elementales, al final se les ha podido observar hacer sumas con resultado 7 u 8.

### *3.3.6 Discusión de los resultados*

Se ha podido observar una mejora cualitativa de los resultados en estas dos semanas. Desde el principio se ha podido observar cómo los resultados de las sumas eran un poco mejores utilizando este material que en una ficha. Ya que gracias a este material lo podían ver de una forma visual y se podía llevar a la práctica su resolución. Lo cual suponía una motivación extra para los alumnos.

Como se ha mencionado anteriormente, los alumnos al final de las dos semanas, han sido capaces de resolver problemas aditivos de un nivel superior al que solucionaban al principio de este periodo. Estas mejoras de resultados son bastante significativas, ya que, los escolares en un espacio de tiempo bastante reducido, han mejorado su habilidad cognitiva a la hora de solucionar problemas matemáticos de estas características. Estas mejoras se deben a que los niños comienzan a familiarizarse con esta nueva estrategia, la cual muchos alumnos aun tenían que descubrir. Estos escolares que no habían llegado a una madurez cognitiva que les permitiera resolver problemas aditivos de forma mental, son a los que se les ha visto las mayores mejoras. Al principio de las dos semanas muchos eran incapaces de resolver los problemas aditivos de forma mental, y decían números al azar. Por ello, se les decía que se

apoyaran en la línea numérica para poder resolver las operaciones. Con el paso del tiempo, en las operaciones más elementales han ido poco a poco dejando de apoyarse en la línea numérica, utilizándola al final solo como un comprobador de que su respuesta es válida. Por el contrario, en general aquellos alumnos que ya eran capaces de resolver problemas de esta forma, no han mejorado resultados a la hora de sumar cifras mayores. Pero si que se ha podido apreciar una mejora de sus destrezas cognitivas a la hora de resolver estas operaciones de una manera más rápida y eficaz.

Otro detalle importante, tiene que ver con la tutora de los alumnos, ya que esta maestra siempre les ponía operaciones que estuvieran en su umbral de acomodamiento, es decir, que ella sabía que las iban a resolver sin ningún tipo de problemas. De esta forma se podía observar como los alumnos estaban muy estancados, ya que no avanzaban dentro de sus posibilidades. Por ello, es tan importante trabajar con los alumnos en un nivel de desarrollo superior al que los alumnos poseen, para que los niños avancen y puedan desarrollarse cognitivamente. Por esta razón es tan importante la utilización de este material, porque son los propios niños los que se ponen su propio nivel de complejidad, un nivel que les motive a trabajar y les ayude a desarrollarse. Además, a aquellos niños a los que se vea acomodados en la resolución de problemas que no les presenten dificultad, se les puede añadir más complejidad a sus problemas, para que de esta forma deban esforzarse más para su resolución, haciendo que de esta forma su desarrollo cognitivo evolucione.

### **3.4 Tercera situación. La línea numérica**

#### *3.4.1 Descripción*

Para realizar la explicación de este material didáctico no se va a seguir la estructura de la elaboración de situaciones, ya que, este material en ningún momento se ha presentado como una situación. Este material se ha introducido en la clase como material de refuerzo. Para que, aquellos alumnos que necesitan ayuda a la hora de realizar una operación aditiva, se puedan apoyar en él. Por ello el primer día que se coloqué en la clase, se explico al alumnado cual es su función y como se utiliza, se realizo un par de ejemplos con ellos y se coloqué de manera permanente en una pared

del aula, al alcance de los alumnos. A partir de ese momento los alumnos tienen libertad de utilizarla en cualquier momento que la necesiten.

Este material, como su propio nombre indica, es una línea numérica del 1 al 14, plastificada y colocada en una pared de la clase para que los niños puedan manejarla a su antojo. Cada número está encuadrado, de esta forma se distingue bien cada cifra.



**Figura 3.13.** Material línea numérica

Su utilización se realizara de la siguiente manera, el alumno tendrá una suma con dos sumandos. El niño colocará la mano en la primera cifra o en el número superior y a partir de este, seguir contando el número del segundo sumando. En la cifra que el niño pare será el resultado de la suma.

“La estrategia de contar a partir del primer sumando consiste en comenzar la secuencia del conteo con el cardinal del primer sumando y continuar con el segundo, sin previa representación de los conjuntos.” (Bermejo, 1990, 129)

### 3.4.2 Objetivos

- Adquirir nuevas estrategias a la hora de resolver problemas aditivos.
- Trabajar de forma autónoma las matemáticas, y más concretamente los problemas aditivos.
- Trabajar con materiales matemáticos novedosos para los alumnos.

### 3.4.3. Utilización didáctica

Este recurso didáctico tiene dos posibles utilizaciones didácticas.

La primera de ellas y más “elemental” es como recurso de apoyo a la hora de resolver problemas aditivos. Esta estrategia, consiste en que el niño a la hora de resolver una suma, coloque su mano en el primer sumando y a partir de él cuente el segundo sumando. El resultado es el mismo que el de la suma. Gracias a esta herramienta, pueden resolver sumas que les resulten muy complicadas, por ejemplo, en cifras altas como 13 o 14. También, es un buen recurso cuando alguno de los sumandos supera el número 5, ya que la estrategia del conteo de dedos pierde toda su eficacia. Se ha podido comprobar que algunos alumnos, a los cuales otras estrategias no les sirven para la resolución de problemas de sumas, esta táctica les puede resultar muy eficaz.

La segunda utilización didáctica, tiene como objetivo reforzar la adquisición de la estrategia de sumar de forma mental. La utilización del material, es la misma pero se realiza poniendo la mano encima de los números, y no se miran los números. Una vez hecha la suma, antes de que los niños miren el resultado final, deben realizar la operación aditiva de forma mental, sin usar objeto alguno. Una vez se haya dicho el resultado se comprueba si es válido o no.

#### *3.4.4. Resultados*

Como se ha mencionado al principio de este apartado, este material ha sido utilizado como apoyo para los alumnos a la hora de resolver sus problemas aditivos. Por ello no se ha estado tan atento a los resultados como con los otros materiales. También, se ha usado como apoyo al material de la “caja”.

Se ha podido observar como este material funciona especialmente en aquellos alumnos que otras estrategias no les sirven para resolver los problemas. Estos alumnos se apoyaban en la línea numérica, ya que es una estrategia muy sencilla para hacer la suma. Para ello los alumnos, tienen primero que reconocer un número conocido por ellos, y luego únicamente realizar un conteo desde ese número. De esta forma a los alumnos les puede resultar una estrategia más sencilla, incluso que la estrategia del conteo de dedos.

Como se ha mencionado en el punto anterior, esta estrategia es muy eficaz para aquellos niños que no pueden realizar de forma mental sumas elevadas y que en alguno de los sumandos la cifra sea mayor a cinco. Si la cifra es mayor a cinco los



alumnos no pueden recontar usando los dedos, debido a que este es el número máximo de cada sumando. Usando esta estrategia se puede realizar sumas de este tipo, por lo que es una táctica novedosa para los niños, que es un paso hacia adelante en el proceso cognitivo del niño.

En cuanto a la utilización de la línea numérica, como recurso para adquirir el dominio de la resolución de operaciones aditivas de forma mental, se ha visto que es un recurso apto para trabajarlo, y que da buenos frutos. No se tiene muchos resultados de esta utilización, ya que para trabajar la suma de forma mental se ha empleado la caja de las canicas.

Un resultado que ha llamado la atención, es como los alumnos recurrían a la línea numérica de forma autónoma cuando necesitaban resolver alguna suma, que no eran capaces de solucionar con otros recursos.

#### *3.4.5 Discusión de los resultados*

Es un material muy interesante para trabajar, ya que se ha podido apreciar como para muchos niños es un recurso que funciona bien y que resulta más accesible para aquellos alumnos con mayores dificultades en la adquisición de nociones matemáticas.

Se ha observado que a algunos alumnos, utilizar este recurso, les resulta más sencillo que el conteo de dedos. Incluso es más eficaz ya que se pueden observar mejores resultados a la hora de realizar las sumas.

Estos resultados tan óptimos, tienen relación con que los alumnos pueden reconocer los números hasta el 15 sin problemas. De este modo, parten de un número que ya conocen y únicamente deben hacer un conteo del número del segundo sumando. Algo muy sencillo para los niños, ya que finalmente también el resultado les es dado. De esta forma los alumnos refuerzan el reconocimiento del número, el conteo, y se les da una nueva herramienta con la que poder hacer sumas. Y sobre todo es una gran estrategia con problemas aditivos de sumandos mayores que 5.

La utilización de la línea numérica en la que se fomenta la adquisición y refuerzo de la capacidad mental a la hora de hacer problemas aditivos, ha sido menos utilizada de lo previsto, ya que únicamente se ha utilizado como refuerzo de la caja de canicas. A los niños este recurso didáctico les ha motivado más y lo han trabajado gustosamente, por

lo que se ha centrado casi toda la atención en este material. Aunque como ya se ha comentado apoyándonos en la línea numérica a la hora de comprobar resultados.

Otro resultado muy positivo ha sido observar la autonomía con la que los alumnos han trabajado con este material. Si alguna suma no les salía los niños, se levantaban y recurrían a este material para poder solventarla. Este es uno de los objetivos principales que se pretendía, la utilización del material de forma autónoma, sin que el profesor intervenga. Lo cual hace que el niño empiece a trabajar de una forma independiente desde niño, no solo a la hora de realizar tareas asignadas, sino que también a la hora de necesitar algún recurso ajeno a la tarea para resolver un problema. La manipulación de material de forma autónoma hace que el niño refuerce sus conocimientos de forma más significativa, al no tener que realizar lo que el profesor le dice. Además, el mero hecho de darse cuenta, de que necesita apoyarse en un material para resolver un problema es una muestra de desarrollo en la autonomía del niño.

## **SÍNTESIS, CONCLUSIONES Y CUESTIONES ABIERTAS**

A lo largo de este trabajo se han podido observar tres situaciones diferentes llevadas a cabo utilizando tres materiales que se crearon expresamente para este estudio. Para la creación de dichos materiales, se ha tomado como referencia diferentes teorías cognitivas, pedagógicas y didácticas que se han plasmado dentro del marco teórico. A su vez, se ha creado un marco curricular en el que se recogen aquellos contenidos, que se han tomado del currículum oficial de educación infantil del Gobierno de Navarra, que se han querido trabajar en este proyecto.

En cuanto a la parte práctica como ya se ha mencionado se han creado tres materiales, para tres situaciones didácticas diferentes. Estas situaciones y con ello los materiales, buscan que el niño entienda y aprenda nuevas estrategias para resolver problemas aditivos. En la situación didáctica del bingo el objetivo concreto de esta situación, es que los niños sean capaces de reconocer los números o usar diferentes estrategias que les lleven a ello. Los resultados de esta situación, influyeron a la hora de crear los otros dos materiales, ya que se observó que había alumnos que no podían reconocer números mayores de 15. En general, gran parte de los alumnos de la clase fueron capaces de reconocer todos los números hasta el 40.

Los otros dos materiales tienen como objetivo concreto de las situaciones la adquisición o refuerzo de estrategias matemáticas diferentes al conteo de dedos. Los resultados obtenidos han sido en general muy satisfactorios, a pesar del poco tiempo en el que se han podido realizar el estudio de las situaciones, se ha visto en los alumnos grandes mejoras en cuanto al desarrollo de las competencias referidas anteriormente. Se ha podido observar como la mayoría de niños han interiorizado las estrategias que se buscaban con las situaciones. Aunque hay niños a los que les haría falta un poco más de tiempo para asimilar estas estrategias, ya que por una causa u otra aun no han llegado a la madurez cognitiva suficiente como para poder usar dichas tácticas.

## Conclusiones

En este subapartado se hace referencia a aquellas conclusiones que se han sacado de este estudio. A su vez se comentan las hipótesis que se han indicado al comienzo de este trabajo y aquellas conclusiones se pueden sacar acerca de ellas.

A continuación, se comprobaba si las hipótesis referidas al principio de este estudio se han verificado o si por el contrario el resultado de nuestro estudio ha comprobado que no eran ciertas.

La primera hipótesis a la que se hace referencia en este trabajo es la siguiente “Los alumnos serán capaces de aprender nuevas estrategias a la hora de resolver problemas aditivo y usar dichas estrategias cuando les sean necesarias.”

*Los alumnos son capaces de adquirir nuevas estrategias relacionadas con la resolución de problemas aditivos o con el reconocimiento del número que posteriormente pueden aplicar en otros contextos o situaciones.*

La segunda hipótesis que se concreta al principio de este proyecto es la siguiente “Los escolares sabrán hacer sumas hasta 15 de manera mental sin problemas.”

*En general, los alumnos no son capaces de hacer sumas mentales con números tan altos, aunque sí que hay niños que destacan por poder realizar problemas aditivos hasta el 15. Por tanto, la tónica general es que los alumnos no son capaces de sumar de forma mental números superiores a 11 o 12.*

La tercera hipótesis es la siguiente “Los alumnos podrán utilizar los materiales de forma autónoma al final de las sesiones. Serán capaces de recurrir a estos recursos sin que la profesora se lo indique, cuando tengan necesidad a la hora de llevar a cabo una operación aditiva. La profesora deberá llevar un seguimiento a la hora de utilizar dichas herramientas.”

*Los alumnos adquieren una autonomía muy rápida y eficaz con los materiales didácticos, convirtiéndose en pocas sesiones en recursos habituales a la hora de trabajar el niño. Además no necesitan que el docente les diga nada para recurrir a ellos cuando tienen necesidad de emplearlos para resolver algún problema.*

La cuarta hipótesis que se cita en este trabajo de fin de grado es la siguiente “los niños sabrán reconocer números hasta 40 sin problemas.”

*Los alumnos se dan cuenta de las diferentes estrategias que pueden seguir a la hora de reconocer números. Pero dependiendo de su madurez cognitiva no todos los alumnos son capaces de reconocer todos los números. Bien, es cierto que los números considerados números familiares hasta el 15, todos los niños son capaces de reconocerlos.*

Por último como conclusión general de todo el trabajo se puede afirmar que:

*Las situaciones que se han creado para este trabajo, han logrado cumplir la mayoría de los objetivos que se han querido observar o estudiar con los alumnos. Hay que manifestar que aquellos objetivos que no se han logrado alcanzar han sido primordialmente por falta de tiempo. Este trabajo también ha logrado alcanzar los objetivos específicos del estudio como docentes.*

### **Cuestiones abiertas**

A lo largo de este trabajo se han quedado diferentes cuestiones sin resolver que pueden llevar a desarrollar otros futuros estudios.

Una de estas cuestiones abiertas, es acerca de la situación del bingo, ya no todos los alumnos lograron alcanzar el objetivo de esta situación.

*¿Introduciendo más sesiones del bingo, todos los alumnos lograrían el objetivo de reconocer todos los números?*

Se ha podido observar como los niños poco a poco han ido desarrollando las diferentes estrategias, por ejemplo el sistema posicional de base 10. Por lo tanto se cree que con más sesiones los niños pueden asimilar mejor dichas estrategias, lo que hace que reconozcan más fácilmente los números.

En cuanto a la línea numérica se tiene constancia que todos los niños han trabajado con ella de forma eficaz, pero se plantea la siguiente cuestión abierta.

*¿Ampliando la cantidad de números colocados en la línea numérica, se hubieran alcanzado mejores resultados?*

Se ha apreciado que les ha resultado muy sencillo realizar problemas aditivos con estos pocos números, por lo tanto se cree que son capaces de trabajar con números mayores.

Otra cuestión que se puede plantear para otro trabajo, sería si con estos materiales que se han elaborado para trabajar la adición con los alumnos, también se puede introducir la sustracción. No es una cuestión abierta de este trabajo, debido a que no se ha planteado en el transcurso del mismo, pero sí que se puede introducir a la hora de realizar otro nuevo estudio con los mismos materiales, o para realizar un proyecto específico del estudio de la introducción de la sustracción en alumnos de cinco años.

## REFERENCIAS

- Alsina, C., Burgués, C., Fortuny, J., Giménez, J., Torra, M. (1996) *Enseñar matemáticas*. Barcelona: GRAO.
- Ausubel, D, P. (2002) *Adquisición y retención del conocimiento. Una perspectiva cognitiva*. Barcelona: PAIDOS.
- Bermejo, V. (1990). *El niño y la aritmética. Instrucción y construcción de las primeras nociones aritméticas*. Barcelona: Paidós Educador.
- Besse, J, M. (2005) *Decroly. Una pedagogía racional*. Sevilla: Editorial Trillas.
- Brissiaud, R. (1989). *El aprendizaje del cálculo. Más allá de Piaget y de la teoría de los conjuntos*. Madrid: Visor.
- Bronckart, J, P., Coll, C., Delval, J., Martí., E., Miras, M., Solé, I., Terradellas, M,R., (2000) *Piaget y Vigotski ante el siglo XXI: Referentes de la actualidad*. Barcelona: HORSORI editorial.
- Bronckart, J, P., John-Steiner, V., Panofsky, C, P., Piaget, J., Vigotsky, L., Schneuwly, B., Wertsch, J,. (2008) *Vigotsky hoy*. Madrid: PROA
- Brousseau, G. (2007) *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas*. Buenos Aires: Zorzal.
- Castorina, J, A., Baquero, R,J. (2005) *Dialéctica y psicología del desarrollo. El pensamiento de Piaget y Vigotsky*. Buenos Aires: Amorrortu editores.
- Charnay, R.; Douaire, J.; Guillaume, J-C.; Valentin, D. (1990). *Apprentissages numériques. Cycle des apprentissages grande section de maternelle*. Paris: Hatier.
- Constance,K. (1985). *El niño reinventa la aritmética. Implicaciones de la teoría de Piaget*. Madrid: Visor.
- Fernández, J, A, (1995) *Didáctica de la matemática en la educación infantil*. Madrid: Ediciones pedagógicas.
- Flavell, J, H. (1987). *La psicología evolutiva de Jean Piaget*. Buenos Aires: PAIDOS.
- Freinet, C., Beaugrand, M. (1976) *La enseñanza del cálculo*. Barcelona: Editorial Laia.

García González, E. (2005) Vigotsky. *La construcción histórica de la psique*. México D.F.: Editorial Trillas.

Grau, C., Ramos, C., Zabala, J., (1985) *Sistemas de educación preescolar. F. Froebel – M. Montessori- O. Decroly*. Valencia: Nau Llibres.

Gobierno de Navarra. Departamento de Educación. (2007) *Currículo. Educación Infantil. 2º Ciclo*. Pamplona: Fondo de Publicaciones del Gobierno de Navarra.

Lacasta, E., Wilhelmi, M, R. (2012). *Apuntes de clase: Matemáticas y su didáctica en Educación Infantil*. Pamplona: UPNA (no publicado).

Montessori, M. (1912) *Montessori Method. Scientific pedagogy as applied to child education in "the children's houses" with additions and revisions by the author*. Nueva York: Frederick A. Stokes company.

Orton, A. (1990) *Didáctica de las matemáticas*. Madrid: Ediciones Morata.

Piaget, J. (1974) *A dónde va la educación*. Barcelona: Editorial Teide.

Piaget, J., Inhelder, B. (1975) *Psicología del niño*. Madrid: Ediciones

Piaget, J., Choquet, G., Dieudonné, J., Thom, R., y otros. (1980) *La enseñanza de las matemáticas modernas*. Madrid: Alianza Universal.

Piaget, J. (1987) *Introducción a la epistemología genética. 1. El pensamiento matemático*. México D.F.: PAIDOS.

Vygotski, L. S. (1985) *Pensamiento y lenguaje*. Buenos Aires: La pléyade.

Vygotski, L. S. (1989) *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores*. Barcelona: CRÍTICA.

Wertshc, J, V; (1988) *Vygotsky y la formación social de la mente*. Barcelona: Paidos. Morata.

Wilhelmi, M. R. (2012). *Apuntes de clase: análisis de fichas escolares y elaboración de situaciones didácticas*. Pamplona: UPNA (no publicado).

Yaglis, D. (1989) *Montessori*. Mexico. D.F: Editorial Trillas.